名古屋大学大学院工学研究科博士課程（前期課程）

機械システム工学専攻

マイクロ・ナノ機械理工学専攻

航空宇宙工学専攻

専門部門 試験問題

（全 7 頁，表紙を含む）

2017 年 8 月 23 日（水）

9:00～12:00（3 時間）

注意事項

○ 6 問の中から 3 問を選択して解答せよ.
○解答は，問題ごとに別の答案用紙に記入せよ.
○各答案用紙の所定の欄に受験番号，解答する問題番号を記入せよ.
○答案の作成は黒色の鉛筆またはシャープペンシルに限る.
○この試験問題冊子および草稿用紙は試験終了後回収する.

問題１．　式①のファン・デル・ワールスの状態方程式に従う１モルの気体を考える．

$$\left(p+\frac{a}{v^2}\right)(v-b)=RT \qquad ①$$

ここで，pは圧力，vは体積，Tは絶対温度，Rは一般気体定数，aとbはそれぞれ正の定数である．ただし，$v>b$である．以下の問いに答えよ．

(1) この気体の内部エネルギーuに関して，式②の関係式が成り立つ．

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T=T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v-p \qquad ②$$

式②の証明は，この気体のエントロピーsを用いて，次のような手順で行うことができる．(ア)から(ケ)をp，v，T，s，Rのうち必要なものを用いて表せ．

エントロピーsを温度Tと体積vの関数と考えると，$ds=$ $\boxed{(ア)}$ $dT+$ $\boxed{(イ)}$ dv となる．熱力学第一法則から，$du=$ $\boxed{(ウ)}$ $ds+$ $\boxed{(エ)}$ dv で与えられるので，$du=$ $\boxed{(オ)}$ $dT+$ $\boxed{(カ)}$ dv となる．これにより，

式②の左辺 $=$ $\boxed{(キ)}$　　③

が成り立つ．よって，式③にマクスウェルの関係式である $\boxed{(ク)}$ $=$ $\boxed{(ケ)}$ を使うと式②が導出できる．

(2) この気体の内部エネルギーuの体積依存性を求めよ．

(3) この気体のモル定積比熱c_vの体積依存性を求めよ．

(4) この気体の体積をv_1からv_2（$<v_1$）まで準静的に等温変化させた．このときの気体になされた仕事，エントロピーの変化および内部エネルギーの変化を求めよ．

問題２．

(1) 図１に示すように，上部が大気に開放された断面積S_Aの容器Ａと断面積S_Bの容器Ｂが断面積σ（$\sigma \ll S_A$，S_B）の小さな孔のあいた仕切板で隔てられている．容器A，Bには孔中心から測ってそれぞれ高さz_A，z_Bまで液体が入っている．液体は非圧縮かつ非粘性で密度をρとする．重力加速度を鉛直下向きにgとする．液面は孔から十分に離れており，液面は水平を保ったまま上下するとみなせる．また，孔断面では流れは一様とみなせるとする．水平方向右向きに正方向をとる．このとき以下の問いに答えよ．

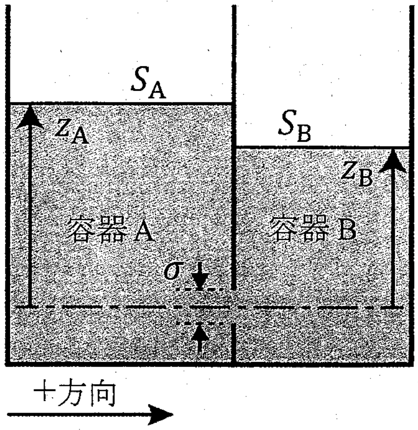

図１

1) 容器Ａの液面高さがΔz_A変化するとき，容器Ｂの液面高さの変化Δz_Bを求めよ．

2) $z_A > z_B$のとき，孔を通過する液体の速度を求めよ．

3) 時刻$t\ (> 0)$での容器A，Bの液面高さの差$z_A(t) - z_B(t)$を求めよ．ただし，$t = 0$での容器A，Bの液面高さをそれぞれ$z_A(0) = h_A$，$z_B(0) = h_B$（$h_A > h_B$）とする．

(2) 図２に示すように，水平方向から角度θ傾いた斜面を考える．斜面に沿って下向きにx軸，斜面に対して垂直上向きにy軸をとり，重力加速度gが鉛直下向きに働くとする．液体が一定の厚さhおよび体積流量Qで層流状態を保ち，x軸に平行な速度成分のみをもって流れ落ちている．液体は密度ρ，粘度μの非圧縮粘性流体（ニュートン流体）とする．図に示す２次元平面での運動のみを扱うこととし，$y = h$の面は自由表面であるとする．このとき以下の問いに答えよ．

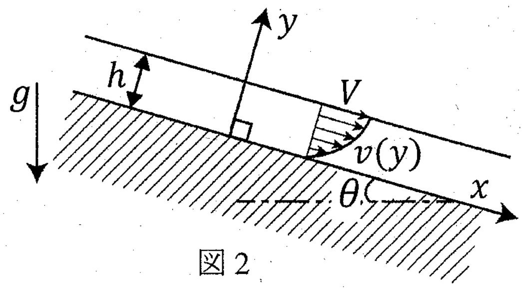

図２

1) 液体に作用する重力と液体中の摩擦応力τのつり合いを考え，$d\tau/dy$を求めよ．

2) 図２のように自由表面での液体の流速を$v(h) = V$とする．流速分布$v(y)$が，

$$\frac{d\tau}{dy} = \mu \frac{d^2 v}{dy^2}$$

の微分方程式に従うとき，

$$v(y) = V \frac{y}{h}\left(2 - \frac{y}{h}\right)$$

と表されることを示せ．

3) 速度分布をy方向に関して積分することで紙面垂直方向単位長さあたりの体積流量Qを求めよ．また液体層の厚さhは体積流量Qの何乗に比例するか答えよ．

問題3.

(1) ばねとダンパが接続された質量 m の台車を図 1 に示す．ばねとダンパの質量や，台車と地面との間の摩擦は，無視できる．k_1, k_2はばね定数，c_1, c_2は粘性減衰係数である．u_1, y_1, y_2は変位であり，台車が静止しているとき変位は全て 0 とする．

1) u_1と y_2を 0 に固定したとき，台車の運動方程式を示せ．

2) 問 1)で求めた運動方程式の特性方程式から特性根を示せ．また，減衰比は 1 未満と仮定し，特性根から自由振動の減衰固有角振動数と減衰比を求めよ．

3) u_1と y_2を 0 に固定しないとき，台車の運動方程式を示せ．

4) y_2を 0 に固定しないとき，$u_1=A\sin(\omega t)$を加えた．ここで，A とωは正の定数，t は時刻である．y_1の強制振動解の振幅を示せ．

(2) 伸縮とねじりの振動が同時に生じるばね振り子を図 2 に示す．釣り合いの位置からみて，伸縮の変位を y で表し，ねじり角をθで表す．このとき運動方程式は

$$\begin{cases} m\ddot{y} + k_y y + k_d \theta = 0 \\ I\ddot{\theta} + k_d y + k_\theta \theta = 0 \end{cases}$$

で表されるとする．ここで，m はおもりの質量，I はねじり振動軸まわりのおもりの慣性モーメント，k_yは伸縮のばね定数，k_θ はねじりのばね定数を表す．ばねは伸縮するとねじれるため，k_dは伸縮とねじりとの連成を表す定数である．なお $k_d^2 < k_y k_\theta$ であり，また k_y と k_θ は $\sqrt{\dfrac{k_y}{m}} = \sqrt{\dfrac{k_\theta}{I}} = \omega_n$ （ω_nは定数）を満たすとする．

1) 与えられた運動方程式をもとに特性方程式を示せ．

2) ばね振り子の固有角振動数を全て求めよ．解は m, I, k_d, ω_n を用いて表せ．

3) 伸縮の自由振動を観察したところ，振幅が徐々に小さくなっていき，振幅がほぼ 0 になると続いて徐々に大きくなり，ある程度大きくなると再び徐々に小さくなるという現象が見られた．うなりと考えられるこの現象の周期 T を求めよ．

4) $k_d^2 \ll k_y k_\theta$ の場合，$T \gg \dfrac{2\pi}{\omega_n}$ となることを示せ．

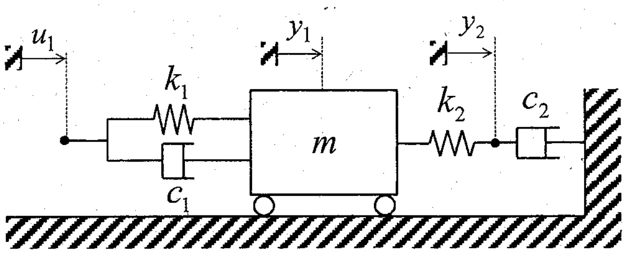

図 1

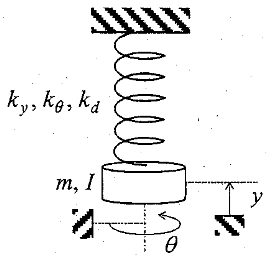

図 2

問題４.

(1) 伝達関数 $P(s)=\frac{1}{s+1}$，$K(s)=\frac{K_p s+K_i}{s}$，　$F(s)$，$M_1(s)=\frac{1}{s+1}$，　$M_2(s)=\frac{1}{(s+1)^2}$ から成る図１のフィードバック制御系を考える．$R(s)$, $D(s)$, $Y(s)$ はそれぞれ目標値，外乱，制御量である．以下の問いに答えよ．

1) $R(s)=0$とする．$F(s)=1$，$F(s)=\frac{10}{s+10}$ それぞれの場合に対して，$D(s)$ から $Y(s)$ までの伝達関数が安定になるような K_p，K_i の範囲を (K_p, K_i) 平面にそれぞれ図示せよ．

2) $F(s)=1$, $D(s)=0$, $K_p=1$, $K_i=1$ とする．このとき，$R(s)$ から $Y(s)$ までの伝達関数を求めよ．

3) 小問 2) で得られた伝達関数に対し，目標値 $R(s)$ が時間領域で単位ステップ関数であるときの制御量 $Y(s)$ の時間応答 $y(t)$ を求めよ．

(2) 伝達関数 $P(s)=\frac{1}{(s+1)^2(s+3)}$，$K(s)$ から成る図２のフィードバック制御系を考える．$R(s)$，$Y(s)$ はそれぞれ目標値，制御量である．以下の問いに答えよ．

1) $P(s)$ の入出力関係を $Y(s)=P(s)U(s)$ とする．入力に正弦波 $u(t)=\sin\sqrt{3}t$ を印加して十分時間がたったとき，出力 $y(t)$ がどのような信号になるか説明せよ．

2) $K(s)=30$とする．このとき，一巡伝達関数のボード線図の概形を折れ線近似を用いて描け．ただし，ゲイン線図，位相線図が折れ曲がる角周波数，ゲイン線図の傾きを明記せよ．さらに，ゲイン線図，位相線図の傾きが 0 となる周波数帯域ではゲイン，位相の値をそれぞれ明記せよ．

3) $K(s)=k$ とする．図２のフィードバック制御系のゲイン余裕が 2 となる k を求めよ．

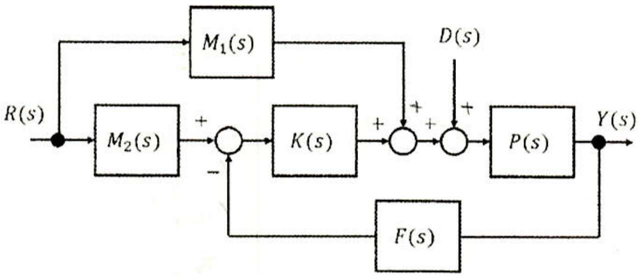

図１

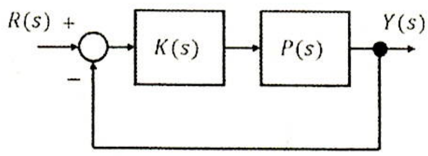

図２

問題 5

(1) 図 1 に示すような，長さ l，ヤング率 E，断面 2 次モーメント I のはりの曲げ変形について考える．左端は単純支持され，右端は固定されている．はりに荷重が作用していない状態では，はりのたわみはすべて 0 である．また，はりの中点において，はりに垂直な方向に荷重 P が作用している．以下の問いに答えよ．

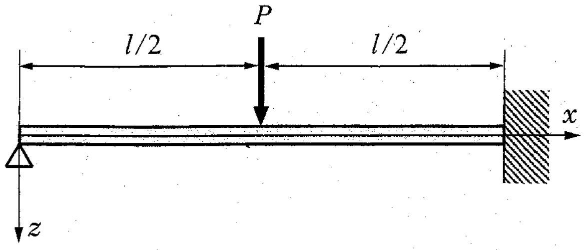

図 1

1) はりの右端における曲げモーメントを M_0 として，このはりに生じる曲げモーメントの分布を M_0, P, l および座標 x (左端を $x=0$ とする) を用いて表せ．

2) はりの右端における曲げモーメント M_0 を P, l を用いて表せ．

3) はりに生じるたわみの分布を，区間 $[0 \leq x \leq l/2]$ と $[l/2 \leq x \leq l]$ のそれぞれにおいて求めよ．ただし，P, l, E, I, x を用いて表すこと．

(2) 図 2 に示すように，内径 d_1，外径 d_2，長さ l，ヤング率 E_1，線膨張係数 α_1 の円筒の中に直径 d_0，長さ l，ヤング率 E_0，線膨張係数 α_0 の円柱を入れ，上下端を剛体板で結合する．温度を T_0 から T_1 に上昇させたときについて，以下の問いに答えよ．ただし，温度 T_0 の状態において，円筒および円柱における応力，ひずみ，伸びはすべて 0 であるとする．円周率は π とせよ．なお，$d_2 > d_1 > d_0$，および $\alpha_1 > \alpha_0$ であり，ポアソン効果は無視してよい．

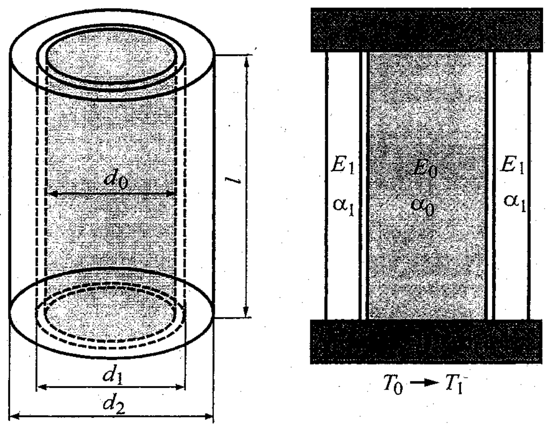

図 2

1) 円柱に作用する引張応力を σ_0，円筒に作用する引張応力を σ_1 として，温度 T_1 の状態で円柱と円筒それぞれに生じるひずみを，σ_0, σ_1 および本問題の主文にて与えられた記号を用いて表せ．

2) 温度 T_1 の状態において，円柱と円筒それぞれに作用する応力を本問題の主文にて与えられた記号のみを用いて表せ．

3) 温度 T_1 の状態における構造全体の伸びを，本問題の主文にて与えられた記号のみを用いて表せ．

(3) 2 次元応力状態にある弾性体について考える．いま，この弾性体に対して一様に垂直応力 $\sigma_x = 80\mathrm{MPa}$, $\sigma_y = -20\mathrm{MPa}$, せん断応力 $\tau_{xy} = \tau_{yx} = 50\mathrm{MPa}$ が作用している．以下の問いに答えよ．

1) この応力状態を表すモールの応力円を描け．

2) 主応力の大きさと主応力が生じる方向 (角度) をそれぞれ求めよ．

3) 主せん断応力の大きさと主せん断応力が生じる方向 (角度) をそれぞれ求めよ．

問題６．以下の問いに答えよ．ただし，変数上部の「・」は複素数表示を意味する．

(1) 図１，図２，図３のように抵抗がはしご状に接続された回路がある．

1) 図１において電圧 E_1 を求めよ．

2) 図２において電圧 E_2 を求めよ．

3) 図３において電圧 E_n を E_{n-1} を用いて表せ．

4) 図３において電圧 E_n を求めよ．

(2) 図４に示す回路がある．交流電圧源 $\dot{E}$ の角周波数を ω とする．また，M を相互インダクタンスとする．

1) $M = 0$ のとき，$\dot{I}_1$ と $\dot{I}_2$ を L, R, $\dot{E}$, ω を用いて表せ．

2) $M > 0$ のとき，$\dot{I}_1$ と $\dot{I}_2$ を L, M, R, $\dot{E}$, ω を用いて表せ．

(3) 図５，図６に示す回路がある．交流電圧源の角周波数を ω とする．

1) 図５の四端子定数を求めよ．

2) 図６の四端子定数を求めよ．

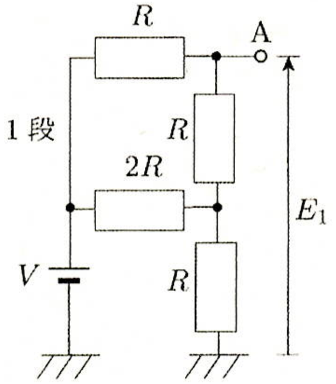

図１

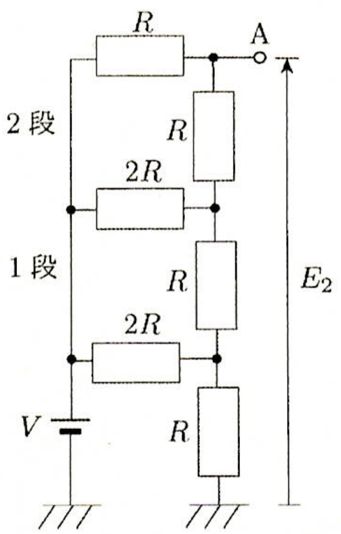

図２

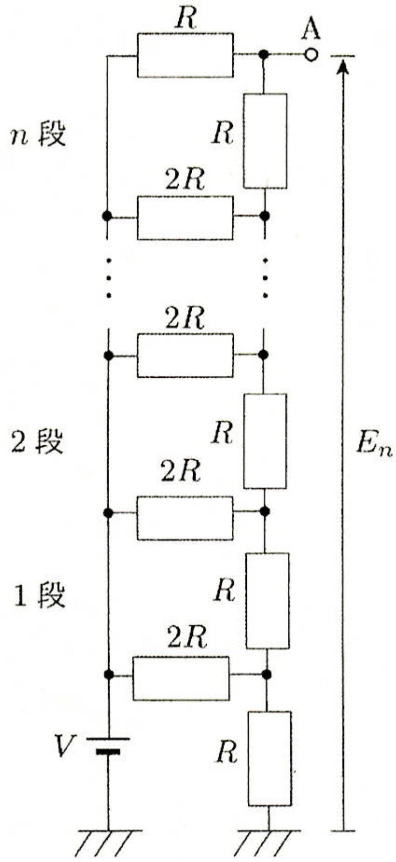

図３

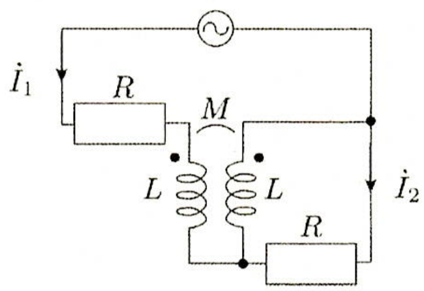

図４

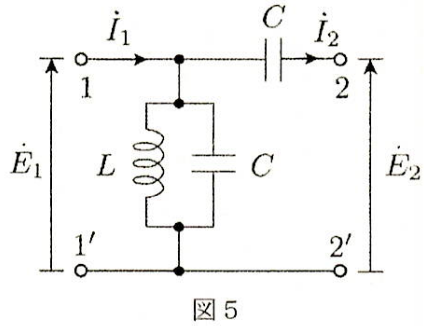

図５

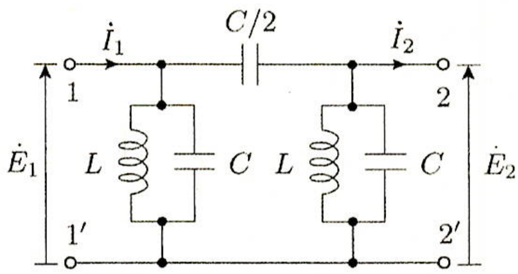

図６