名古屋大学大学院工学研究科博士前期課程

機械システム工学専攻

マイクロ・ナノ機械理工学専攻

航空宇宙工学専攻

専門部門 試験問題

（全７頁，表紙を含む）

2022 年 8 月 24 日（水）

9:00～12:00（3 時間）

注意事項

○５問の中から３問を選択して解答せよ．
○解答は，問題ごとに別の答案用紙に記入せよ．
○解答開始後，各答案用紙の所定の欄に受験番号，解答する問題番号を記入せよ．
○解答欄に何も記入できなかった場合でも，問題番号を必ず記入すること．
○答案の作成は黒色の鉛筆またはシャープペンシルに限る．
○この試験問題冊子および草稿用紙は試験終了後回収する．

問題１．

以下の設問に答えよ．なお，本問題を通して気体は理想気体であり，取り扱う状態変化の過程はすべて可逆的であるとする．

(1) 図１の温度－比エントロピー（$T-s$）線図において，断熱圧縮（１→２），等圧加熱（２→３），断熱膨張（３→４），等圧冷却（４→１）の過程からなる熱力学的サイクルを考える．$T_2 = 2T_1$，$T_3 = 6T_1$であるとき，以下の問いに答えよ．

1) T_4をT_1を用いて表せ．（導出過程も示せ）

2) １→２→３→４→１の熱力学的サイクルに関する理論熱効率を求めよ．

3) ２→３の等圧加熱過程において温度T_4に等しい温度となる点を５とする．また４→１の等圧冷却過程において温度T_2に等しい温度となる点を６とする．４→６の等圧冷却の排熱を再生して２→５の等圧加熱に利用する熱交換プロセスを加えるとき，このサイクルに関する理論熱効率を求めよ．

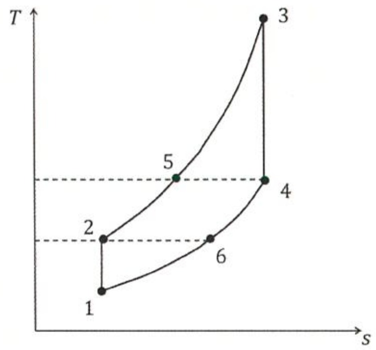

図１

(2) 温度T_0，圧力p_0の大気環境に対して，ある密閉系（容積可変）の中に存在する温度T_1，圧力p_1の気体が持つ比エクセルギーe_{closed}を，以下の順に求めよ．ただし，$T_1 > T_0$，$p_1 > p_0$とする．また，気体定数をR，比熱比をκとする．

1) 密閉系の中に存在する温度T_1の気体が，温度T_0となるまで断熱膨張する際に系外に対して行う単位質量あたり仕事l_aを求めよ．

2) 1)の断熱膨張後の気体の圧力を求めよ．

3) 1)の断熱膨張後の密閉系の中に存在する気体が，圧力p_0となるまで等温膨張する際に系外に対して行う単位質量あたり仕事l_{T_0}を求めよ．

4) 1)および3)の密閉系の膨張仕事の中で，圧力p_0の大気を排除するだけで有効な仕事として利用できない単位質量あたり仕事l_{p_0}を求めよ．

5) 比エクセルギーは，可逆過程によって温度および圧力が周囲と等しい平衡状態に達するまでの最大正味仕事であるので，$e_{closed} = l_a + l_{T_0} - l_{p_0}$となる．$T_1 = 2T_0$，$p_1 = 2p_0$であるとき，$e_{closed}$を$R$，$T_0$，$\kappa$を用いて表せ．ただし，$\ln 2 \approx 0.7$としてよい．

問題２．

以下の問いに答えよ．

(1) 図１のように，密度ρの水が高さHまで入った水槽に幅w，高さhの長方形の水門が設置されている．水門の下端は水槽の底面と一致しており，水門には下端から高さ$\frac{2}{5}h$のところに水平に軸が取り付けられている．図１のようにストッパがあり水門は閉じた状態から時計回りにのみ抵抗なく回転できる構造をしているものとする．なお周囲は大気圧であり，重力加速度はgとする．また幅w，高さhの長方形の図心を通る幅方向の軸まわりの断面二次モーメント$I_G = \frac{wh^3}{12}$を用いても良い．

1) 水面の高さが水門の上端と一致している（$H = h$）ものとする．

(a) 水門の下端に働く水圧pをゲージ圧で求めよ．

(b) 水圧によって水門全体に働く力Fを求めよ．

(c) 水圧によって水門に働く軸まわりのトルクの大きさTを求めよ．

2) 水面を水門の上端より高くする（$H > h$）と，ある水面高さ以上において水門が回転して開く．このようになる水面の高さHの条件を求めよ．なお水門の自重は無視して良い．

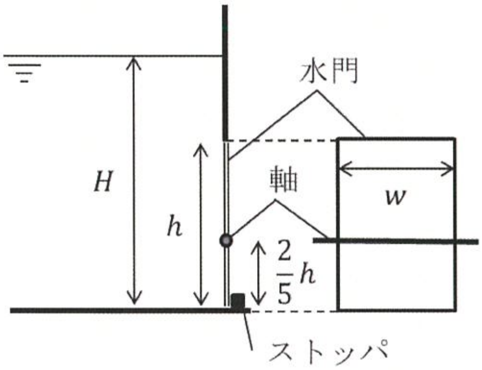

図１

(2) 図２のように，半径$2R$の外筒及び半径Rの内筒で構成される同心二重円管の間隙に密度ρ，粘性係数μの非圧縮性ニュートン流体が定常，流れ方向に対して圧力こう配が一定，かつ完全発達した軸対称の層流状態で流れている．なお外筒及び内筒は静止している．また重力の影響を無視すると，半径方向r，軸方向xの円筒座標系における定常，非圧縮性のニュートン流体の流れ方向のナヴィエ・ストークス方程式は，x方向の流速u，圧力pを用いて以下のように簡略化することができる．

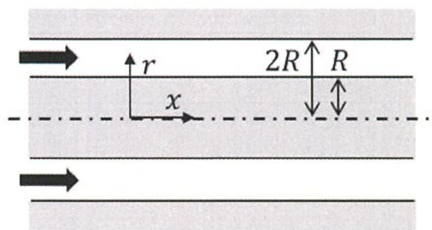

図２

$$0 = -\frac{dp}{dx} + \mu\left\{\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{du}{dr}\right)\right\}$$

1) 二重円管の水力直径（等価直径）d_hを求めよ．

2) x方向の流速の半径方向分布$u(r)$を求めよ．

3) 外筒に働くx方向の単位長さ当たりのせん断力F_oを求めよ．

問題３．

図１のように，質量 m の質点が，ばね定数 k の二つのばねで支持され，xy 面内で振動する．この振動系について，以下の問いに答えよ．変位は微小であり，重力はないものとする．

(1) 固有振動の性質を考え，以下の問いに対して，x 軸の正方向と成す角度（反時計回りを正とする）で解答せよ．

　1) 各固有振動モードの方向を角度で示せ（運動方程式から算出してもよい）．

　2) 各固有振動モードの方向を変えることなく，固有振動数の差の大きさが増大するように，二つのばねの角度を図１の 180° と 300° から変えたい．その一例を各ばねの角度で示せ．

(2) 図１に示す系で，各固有振動モードの方向に単位長さの変位を生じさせるために必要な力の大きさ f_1, f_2（$f_1 < f_2$とする）を，k を用いて表せ．なお，f_1, f_2 は各固有振動モードの方向のばね定数を意味する．

(3) 各固有角振動数 ω_1, ω_2を，m と k を用いて表せ．

(4) 質点に初期変位 $(x, y) = (1, 0)$ を与え，時間 $t = 0$ でそっと離した．その後の質点の位置 (x, y) を，t, ω_1, ω_2 を用いて表せ．

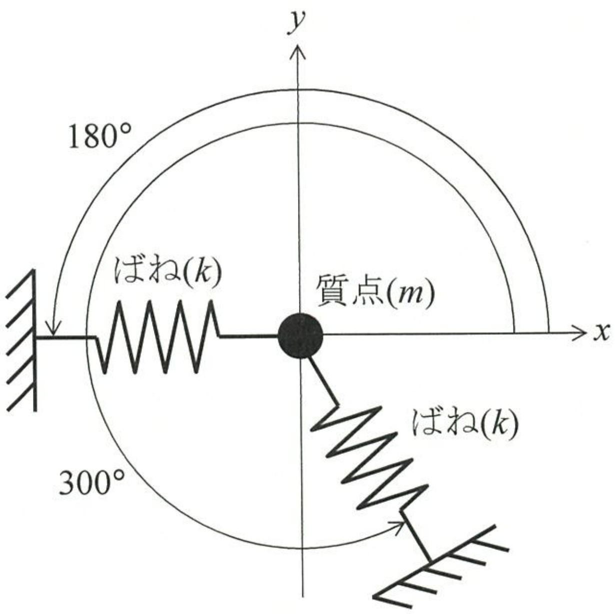

図１

問題４．

以下の設問に答えよ．

(1) 図１のフィードバック制御系を考える．ただし，$P(s)$，$K(s)$ はそれぞれ制御対象，制御器の伝達関数である．また，$r(t)$，$d(t)$ は入力，$y(t)$ は出力，t は時間である．$r(t)$，$d(t)$，$y(t)$ のラプラス変換をそれぞれ $R(s)$，$D(s)$，$Y(s)$ とする．このとき，以下の問いに答えよ．

1) $Y(s)$ を $P(s)$，$K(s)$，$R(s)$，$D(s)$ を用いて表せ．

2) $P(s)$，$K(s)$ はいずれもプロパーとし，$P(s)$ の相対次数を $h > 0$ とする．与えられた $P(s)$ に対して，$K(s)$ を変化させたときの $R(s)$ から $Y(s)$ への伝達関数の相対次数の最小値を理由も併せて示せ．

3) $P(s) = \dfrac{s+1}{s\,(s-1)}$，$K(s) = \dfrac{b\,s+2}{s+a}$，$r(t) \equiv 1$，$d(t) \equiv 1$ とする．ただし，a，b は実数である．このとき，$\displaystyle\lim_{t\to\infty} y(t) = 1$ が成り立つための a，b の条件を求めよ．

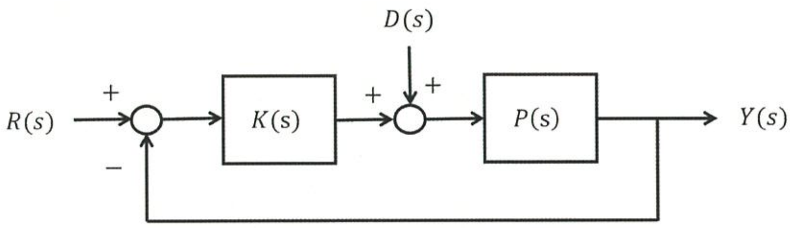

図１

(2) 次ページの図２はプロパー，最小位相かつ２次の有理伝達関数 $P(s)$ をもつ安定な制御対象のゲイン線図を折れ線近似で示したものである．ただし，$P(0) > 0$ かつ $P(s)$ の相対次数は正である．このとき，以下の問いに答えよ．

1) 制御対象の伝達関数を因数分解した形式 $P(s) = \dfrac{\gamma\,(s-z_1)\cdots(s-z_m)}{(s-p_1)\cdots(s-p_n)}$ で求めよ．ただし，極 $p_1,\ldots,p_n$，零点 $z_1,\ldots,z_m$，ゲイン γ はいずれも有効数字１桁とせよ．

2) この制御対象の位相線図の概形を描け．その際，表示する角周波数軸の両端の角周波数およびゲイン線図が折れ曲る角周波数における位相のおおよその値を明示すること．

3) この制御対象と $K(s) = 1$ からなる図１のフィードバック制御系を考える．このときの一巡伝達関数のナイキスト軌跡の概形を描き，制御系の安定性を判別せよ．ナイキスト軌跡は角周波数が ∞ に近づくときの特徴がわかるように図示すること．さらに，制御系が安定であるとき，そのゲイン余裕を求めよ．

（問題４は次ページに続く）

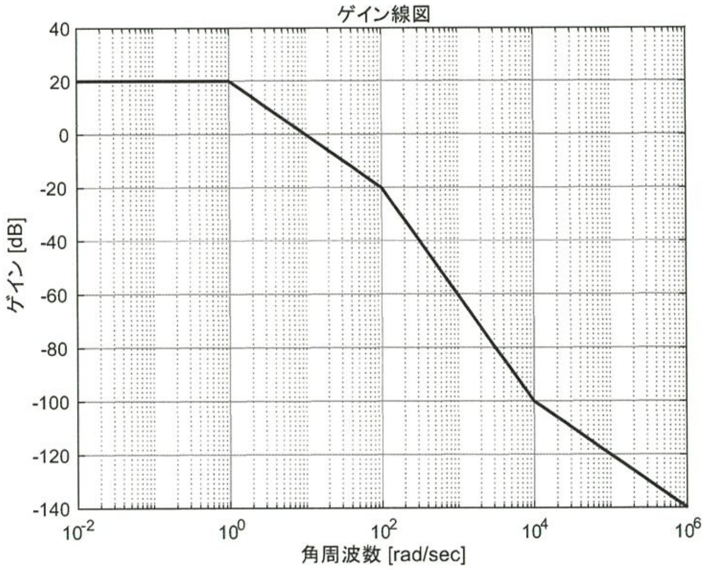

図 2

(3) 次の状態方程式を考える．

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} &= \mathbf{A}\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\,u(t)\\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\,\mathbf{x}(t)\end{aligned}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

ただし，t は時間，$\mathbf{x}(t)$，$u(t)$，$\mathbf{y}(t)$ はそれぞれ状態ベクトル，入力，出力ベクトルである．このとき, 以下の問いに答えよ．

1) $e^{\mathbf{A}t}$ を求めよ．

2) u から $\mathbf{y}$ までの伝達関数行列を求めよ．

3) $u(t) \equiv 0$ とする．このとき，以下の条件を満足する関数 $V(\mathbf{x})$ が存在するか否かを判定し，存在するならば $V(\mathbf{x})$ を求めよ．

   - $V(\mathbf{x})$ は連続微分可能で正定である．
   - 状態方程式の任意の解 $\mathbf{x}(t)$ に対して $\dfrac{dV(\mathbf{x}(t))}{dt} = -\|\mathbf{x}(t)\|^2$ が成り立つ．

4) 入力 u を用いて制御を行った結果，状態 $\mathbf{x}(t)$ が状態方程式 $\dfrac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{A}_1\mathbf{x}(t)$ を満足するようにしたい．ただし，$\mathbf{A}_1$ は -1 を重複して固有値に持つ行列である．そのような入力が存在するか否かを判定し，存在する場合にはその入力を求めよ．存在しない場合には，その理由を説明せよ．

問題５．

(1) 縦弾性係数が E の長さ l の片持ちはりについて，図１に示すようにはりの形状は固定端を底辺にもつ二等辺三角形（厚さ h_0，固定端における幅 b_0）とする．はりの先端 O に集中荷重 P が作用している．

1) 先端 O から X 軸方向の距離 x における，断面二次モーメント I を求めよ．なお，はりの幅を B，厚さを H とすると，$I=\frac{BH^3}{12}$ である．

2) はりに生じるたわみの分布を求めよ．

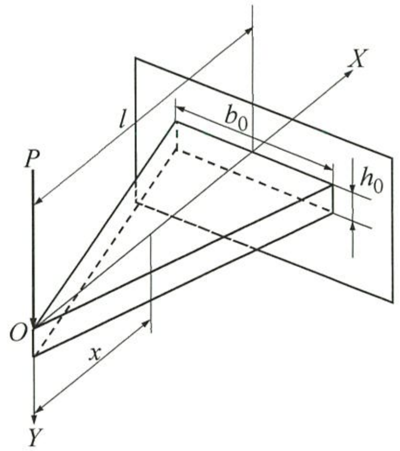

図１

(2) 図２に示すヤング率 E，断面二次モーメント I が一定のＬ字はりの構造体 ABCD について，端部Ａは固定支持，端部Ｄには水平方向に荷重 P が作用している．支持点Ｂは回転支持であり，垂直方向下向きに生じる反力を R として，以下の問いに答えよ．

1) はりに蓄えられるひずみエネルギー U を求めよ．

2) カスティリアノの定理を用いて反力 R を求めよ．

3) カスティリアノの定理を用いて点Ｄの水平方向たわみを求めよ．

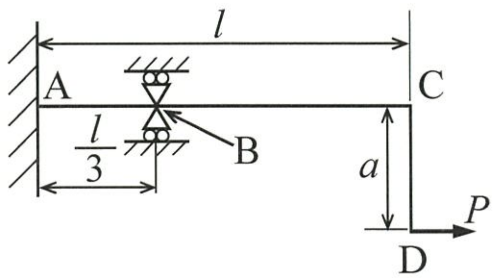

図２